

# Radiação

---

A radiciação é a operação inversa da potenciação.

Ex.

$$\sqrt{4} = 2 \quad \text{pois} \quad 2^2 = 4$$

Na raiz , temos:

$$\sqrt[n]{a}$$

O número  $n$  é chamado índice;

O número  $a$  é chamado radicando.

# ◆ Radiciação

Raiz quadrada de um número positivo "a" é o número positivo que elevado ao quadrado dê "a".

## Exemplos:

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{1,21} = 1,1$$

$$\sqrt{6,25} = 2,5$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{0,04} = 0,2$$

# ♦ Radiciação

Raiz cúbica de um número "a" é o número que elevado ao cubo dê "a", assim:  $\sqrt[3]{125} = 5$ , pois  $5^3 = 125$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \left\{ \begin{array}{l} 125 \text{ é o radicando} \\ 3 \text{ é o índice} \\ 5 \text{ é a raiz} \\ \sqrt[3]{125} \text{ é o radical} \end{array} \right.$$

**Exemplos:**

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4$$

# Potência com expoente fracionário

$${}^n\sqrt{a^p} \Leftrightarrow a^{p/n}$$

$${}^3\sqrt{2} = 2^{1/3}$$

$${}^5\sqrt{6^2} = 6^{2/5}$$

$$\sqrt{4^3} = 4^{3/2}$$

Essa propriedade mostra que todo radical pode ser escrito na forma de uma potência.

**Obs.:** É importante lembrar que esta propriedade também é muito usada no sentido contrário ou seja (o denominador “n” do expoente fracionário é o índice do radical).

$$2^{3/5} = \sqrt[5]{2^3}$$

# CÁLCULO DA RAIZ POR DECOMPOSIÇÃO

$$\sqrt{144}$$



144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	
	$2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 = 144$

$$\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} =$$

$$2^2 \cdot 3^1 = 4 \cdot 3 = 12$$

Vamos fatorar 144 :

$$\sqrt[3]{243}$$

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	
	$3^3 \cdot 3^2 = 243$

Vamos fatorar 243

$$\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2} = 3 \cdot \sqrt[3]{3^2} = 3\sqrt[3]{9}$$

$$3^3 \cdot 3^2 = 243$$

# Propriedades dos Radicais

a)  $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$       $\sqrt[3]{2^3} = 2^1 = 2$

b)  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$       $\sqrt[3]{a^3 \cdot b^6} = a \cdot b^2$

c)  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$       $\sqrt{\frac{a^6}{b^5}} = \frac{\sqrt{a^6}}{\sqrt{b^5}}$  ou  $\frac{a^3}{b^2 \sqrt{b}}$

## MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Temos 3 casos básicos para a multiplicação e divisão de radicais.

### 1º CASO: Radicais têm raízes exatas.

Neste caso basta extrair a raiz e multiplicar ou dividir os resultados:

$$\sqrt{16} \cdot \sqrt[3]{-8} = 4 \cdot (-2) = -8$$

$$\sqrt{81} : \sqrt[3]{27} = 9 : 3 = 3$$

## 2º CASO: Radicais têm o mesmo índice.

Devemos conservar o índice e multiplicar ou dividir os radicandos, simplificando sempre que possível o resultado obtido.

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{15}$$

A ordem dos fatores não altera o produto (multiplicação)

$$2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 6 \sqrt{2 \cdot 5} = 6 \sqrt{10}$$

$$\sqrt[3]{20} : \sqrt[3]{10} = \frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{\frac{20}{10}} = \sqrt[3]{2}$$

Como os índices das raízes são iguais, podemos substituir as duas raízes por uma só.

### 3º CASO: Radicais têm índices diferentes.

O caminho mais fácil é reduzir os radicais ao mesmo índice e efetuar as operações.

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{2^1} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 2} = \sqrt[4]{18}$$

$$\text{m.m.c.}(2,4) = 4$$

$$\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2^2}} = \sqrt[6]{2}$$

$$\text{m.m.c.}(2,6) = 6$$

# ◆ Radicais Semelhantes

- ◆ **Dois ou mais radicais são semelhantes, quando possuem o mesmo índice e mesmo radicando**

$$2\sqrt{3} \quad e \quad 7\sqrt{3}$$

$$-4\sqrt[3]{5} \quad e \quad -6\sqrt[3]{5}$$

# Operações com Radicais

# Adição e Subtração

Quando temos radicais semelhantes em uma adição algébrica, podemos reduzi-los a um único radical somando-se os fatores externos desses radicais.

$$\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (1 + 4 - 2) \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$2^5\sqrt{3} + 3^5\sqrt{3} - 2^5\sqrt{3} = \underbrace{(2 + 3 - 2)}_{\substack{\text{fatores} \\ \text{externos}}} \cdot \sqrt[5]{3} = 3^5\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (4 - 2)\sqrt{2} + (3 - 6)\sqrt{5} \quad \underbrace{2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}_{\text{não pode ser mais reduzida}}$$

Só podemos somar ou  
subtrair radicais  
semelhantes

$$7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (7 + 4)\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$$

$$7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = (7 - 4)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$8\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5} + 6\sqrt[3]{5} = (8 - 3 + 6)\sqrt[3]{5}$$

**Potenciação:**  $\left(\sqrt[n]{a^r}\right)^m = \sqrt[n]{a^{r \cdot m}}$

$$\left(\sqrt[7]{3}\right)^2 = \sqrt[7]{3^2}; \quad \left(\sqrt[7]{3^5}\right)^2 = \sqrt[7]{3^{5 \cdot 2}} = \sqrt[7]{3^{10}}$$

$$\left(5^4 \sqrt[4]{2}\right)^3 = 5^3 \sqrt[4]{2^3} = 125 \sqrt[4]{8}$$

**Radiciação:**  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

$$\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[4]{3}; \quad \sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{2}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[5]{7}}} = \sqrt[30]{7}; \quad \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}} = \sqrt[16]{5}$$

# RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

Racionalizar uma fração cujo denominador é um número irracional, significa achar uma fração equivalente à ela com denominador racional. Para isso, devemos multiplicar ambos os termos da fração por um número conveniente. Ainda podemos dizer que racionalizar uma fração significa reescrever a fração eliminando do denominador os radicais. Vejamos alguns exemplos:

**Temos no denominador apenas raiz quadrada:**

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

**Temos no denominador raízes com índices maiores que 2**

Temos que multiplicar numerador e denominador por  $\sqrt[3]{x^2}$ , pois  $1 + 2 = 3$ .

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^1 \cdot x^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{1+2}}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x}$$

**Temos no denominador soma ou subtração de radicais:**

$$\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{2}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})} \cdot \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7} + \sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{7 - 3} = \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{4} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{2}$$